# 背景

有1元、5元、10元、20元、100元、200元的钞票无穷多张。现使用这些钞票支付X元，最少需要多少张？

例如，X=628

我们应该尽可能使用面值较大的钞票，最佳支付方法：

3张200元的，1张20元的，1张5元的，3张1元的，共需要3+1+1+3=8张。

为何这么做一定是对的？

面额为1元、5元、10元、20元、100元、200元，任意面额是比自己小的面额的倍数关系。所以，当使用一张较大面额钞票时，若用较小面额钞票替换，一定需要更多的其他面额的钞票！

例如：

5=1+1+1+1+1

10=5+5

20=10+10

100=20+20+20+20+20

200=100+100

因此，当前最优解即为全局最优解，贪心算法成立。

# 概述

## 什么是贪心？

贪心算法（greedy algorithm，贪婪算法）是寻找最优解问题的常用方法。这种方法一般是将求解过程分成若干个步骤，在每个步骤都应用贪心原则，选取当前状态下最好或者最优的选择（局部最优的选择），并以此希望最后堆叠出的结果也是最好或最优的解。贪心法的每次决策都以当前情况为基础并根据某个最优原则进行选择，不从整体上考虑其他各种可能的情况。即贪心法是分阶段执行的，每一个阶段都根据当前的情况来判断，而不考虑后续的发展。

一般来说，这种算法选出的解是**局部最佳（local best）解**。该算法预设了这样一个前提，就是认为全局最优解可以由局部最优解所推出。

贪心法是遵循某种规律，不断贪心的选取当前最优策略的算法设计方法。即，贪心算法不追求最优解，只找到满意解。

## 贪心法VS分治法VS动态规划

贪心法和分治法、动态规划一样，都需要对问题进行分解，定义最优的子结构。但是，贪心法与其他方法最大的区别在于，贪心法每一步选择完之后，局部最优解就确定了，不再进行回溯处理，也就是说，每一个步骤的局部最优解确定以后，就不再修改，直到算法结束。因为不进行回溯处理，贪心法只在很少情况下可以得到真正的最优解，比如最短路径问题、图的最小生成树问题。

## 什么时候用贪心？

贪心的套路（什么时候用贪心）

很多同学做贪心的题目的时候，想不出来是贪心，想知道有没有什么套路可以一看就看出来是贪心。

说实话贪心算法并没有固定的套路。

所以唯一的难点就是如何通过局部最优，推出整体最优。

那么如何能看出局部最优是否能推出整体最优呢？有没有什么固定策略或者套路呢？

没有！靠自己手动模拟，如果模拟可行，就可以试一试贪心策略，如果不可行，可能需要动态规划。

有同学问了如何验证可不可以用贪心算法呢？

最好用的策略就是举反例，如果想不到反例，那么就试一试贪心吧。

可有有同学认为手动模拟，举例子得出的结论不靠谱，想要严格的数学证明。

一般数学证明有如下两种方法：

* 数学归纳法
* 反证法

看教课书上讲解贪心可以是一堆公式，估计大家连看都不想看，所以数学证明就不在我要讲解的范围内了，大家感兴趣可以自行查找资料。

面试中基本不会让面试者现场证明贪心的合理性，代码写出来跑过测试用例即可，或者自己能自圆其说理由就行了。

举一个不太恰当的例子：我要用一下1+1 = 2，但我要先证明1+1 为什么等于2。严谨是严谨了，但没必要。

虽然这个例子很极端，但可以表达这么个意思：刷题或者面试的时候，手动模拟一下感觉可以局部最优推出整体最优，而且想不到反例，那么就试一试贪心。

例如刚刚举的拿钞票的例子，就是模拟一下每次拿做大的，最后就能拿到最多的钱，这还要数学证明的话，其实就不在算法面试的范围内了，可以看看专业的数学书籍！

所以这也是为什么很多同学通过（accept）了贪心的题目，但都不知道自己用了贪心算法，因为贪心有时候就是常识性的推导，所以会认为本应该就这么做！

那么刷题的时候什么时候真的需要数学推导呢？

例如这道题目：链表：环找到了，那入口呢？ (opens new window)，这道题不用数学推导一下，就找不出环的起始位置，想试一下就不知道怎么试，这种题目确实需要数学简单推导一下

### 条件

有待处理的问题必须满足下列两项条件，才能用贪婪算法求出最优的解：

1、具备贪心选择性质（greedy choice property）

2、具备最优子结构（optimal substructure）

贪心选择性质：该性质意味着全局最优解可以由局部最优解（也就是在贪心策略下所选出的解）所推出。贪婪算法在针对当前这一步做决定时，可以参考前面几步的决定，但是不会依赖后续的步骤。它总是会选出局部最优的解，并将原问题约简为更小的问题，然后在更小的问题上继续寻找其局部最优解，并继续约简。

最优子结构：如果某个问题的最优解可以由其各个子问题的最优解所构成，那么该问题就具备最优子结构。这意味着把子问题的解法拼合起来可以解决最初所要求解的那个大问题。

但是，要判断一个问题是否具备上述两种性质，也就是说判断一个问题是否可以通过贪心算法得到最优解，是一件比较苦难的事情。这里需要比较复杂而严格的数学证明。因此，虽然贪心算法简单容易实现，并且效率很高，但是使用贪心算法之前必须对问题本身进行深入而透彻地分析和证明，以保证使用贪心算法得到最优解。

### 解题步骤

贪心算法一般分为如下四步：

1、将问题分解为若干个子问题

2、找出适合的贪心策略

3、求解每一个子问题的最优解

4、将局部最优解堆叠成全局最优解

这个四步其实过于理论化了，我们平时在做贪心类的题目时，如果按照这四步去思考，真是有点“鸡肋”。

做题的时候，只要想清楚局部最优是什么，如果推导出全局最优，其实就够了。

# 特点

## 优点

直观、易懂，实现简单。算法一旦做出决定，就不用回过头来去重新检查前面计算过的那些值。

## 缺点

并非所有问题都能那么解决，对于很多问题，在某个小范围内所做的最优决策，未必是整个问题的最优决策。

# 适用场合

贪心算法不是对所有问题都能得到整体的最优解，但是实际应用中许多问题都可以使用贪心算法得到最优解。与此同时，即使使用贪心算法不能产生出问题的最优解，但最终结果也就是最优解的很好的近似解。因此在解决一般性问题时（并不一定要得到最优解），我们大可不必过分要求使用贪心算法一定要得到最优解，也没有必要进行严格地推理证明，使用贪心算法是一种不错的选择。

排序：选择排序、拓扑排序

优先级队列：堆排序

霍夫曼编码压缩算法

Prim算法与Kruskal算法

加权图中的最短路径算法（Dijkstra算法）

用零钱换整钱的问题

分数背包（fractional knapsack）问题

按照大小及权重（或者说级别）来合并不相交的集合（disjoint set）

找零钱问题

作业调度算法

把贪婪算法当成一种近似算法，来解决某些复杂的问题

赫夫曼编码

# 其它案例

## 移除K个数字

**题目：**已知一个使用字符串表示的非负整数num，将num中的k个数字移除，求移除k个数字后，可以获得的最小的可能的新数字。（num不会以0开头，num长度小于10002）

输入：num=“1432219”，k=3

在去掉3个数字后得到的很多很多可能里，如1432、4322、2219、1219、1229…

分析：

代码：

## 单调递增的数字

## 最大连续子数组和

题目要求：在一个整数数组中，求和最大的子数组的值。

代码：

#include <iostream>

#include <vector>

#include <string>

using namespace std;

/\*

最大连续子数组和

\*/

int MaxSubarray(vector<int>& vec)

{

int sum = vec[0];

int curmax= vec[0];

int i;

for(i=1;i<vec.size();i++)

{

curmax += vec[i];

if(curmax < 0)

curmax = 0;

if(curmax > sum)

sum = curmax;

}

if(sum<0)

{

for(i=0;i<vec.size();i++)

if(sum < vec[i])

sum = vec[i];

}

return sum;

}

int main()

{

int array[]={-1,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};

vector<int> vec(array,array+sizeof(array)/sizeof(int));

cout<<MaxSubarray(vec)<<endl;

return 0;

}

## 摇摆序列

## 无重叠区间

## 划分字母区间

## 合并区间

## 分发饼干

## 分糖果I

**题目：**现在为已经站成一排的小朋友分糖果，保证每个小朋友至少有一个糖果，同时保证各自比相邻小朋友高的所分的糖果要比他的邻居多，按照这样的分食方法，最少需要多少糖果？

代码：

#include <iostream>

#include <vector>

using namespace std;

/\*

进行两次扫描，一次从左向右，一次从右向左

第一次扫描的时候维护对于每一个小孩左边所需要最少的糖果数量

存入数组对应元素中，第二次扫描的时候维护右边所需的最少糖果数量

并且比较将左边和右边大的糖果数量存入结果数组对应元素中

\*/

int candy(vector<int> &ratings)

{

vector<int> candy(ratings.size(),1);

int sum,i;

for(i=1;i<ratings.size();i++)

{

if(ratings[i] > ratings[i-1])

candy[i] = candy[i-1]+1;

}

sum = candy[ratings.size()-1];

for(i=ratings.size()-2;i>=0;i--)

{

int cur =1;

if(ratings[i] > ratings[i+1])

cur = candy[i+1]+1;

sum += max(cur,candy[i]);

candy[i] = cur;

}

return sum;

}

/\*

更清晰的思路

\*/

int candy2(vector<int> &ratings)

{

vector<int> candy(ratings.size(),1);

int sum,i;

for(i=1;i<ratings.size();i++)

{

if(ratings[i] > ratings[i-1])

candy[i] = candy[i-1]+1;

}

sum = candy[ratings.size()-1];

for(i=ratings.size()-2;i>=0;i--)

{

int cur =1;

if(ratings[i] > ratings[i+1] && candy[i] <= candy[i+1])

candy[i] = candy[i+1]+1;

sum += candy[i];

}

return sum;

}

int main()

{

int array[]={4,2,6,8,5};

vector<int> vec(array,array+sizeof(array)/sizeof(int));

cout<<candy(vec)<<endl;

return 0;

}

## 分糖果II

## 分糖果III

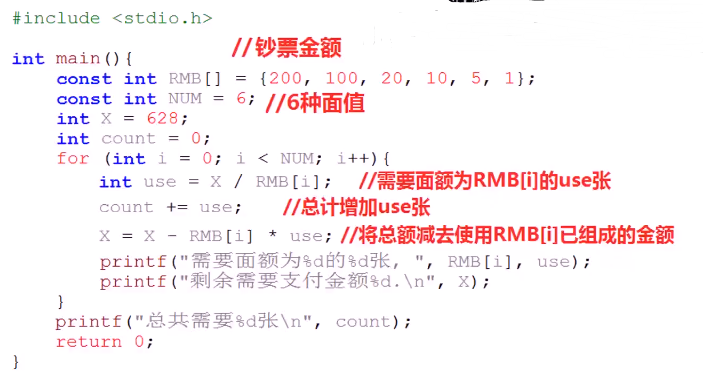
**题目：**

**分析：**

**代码：**

## 柠檬水找零

## 找回零钱问题



## 装箱问题

## 射击气球

## 用最少数量的箭引爆气球

## 跳远游戏

题目要求：给定一个整数数组，数组中的元素代表在当前位置能够向当前跳的最远距离，判断给定的这个跳远策略能否跳到最后的位置。

代码：

#include <iostream>

#include <vector>

using namespace std;

/\*

贪心思想，时刻计算当前位置和当前位置能跳的最远长度，并始终和界限比较

若在任意位置出现最大跳步为0，那么就无法继续跳下去

在任意位置出现最大跳步+当前位置 >界限，那么说明可以跳出去

\*/

bool canJump(vector<int>& vec)

{

if(vec.size() <=0)

return true;

int maxstep = vec[0];

for(int i=1;i<vec.size();i++)

{

if(maxstep == 0)

return false;

maxstep--;

if(maxstep < vec[i])

maxstep = vec[i];

if(maxstep+i >= vec.size()-1)

return true;

}

}

int main()

{

int array[]={2,3,1,1,4};

vector<int> vec(array,array+sizeof(array)/sizeof(int));

cout<<canJump(vec)<<endl;

return 0;

}

## 最优加油方法